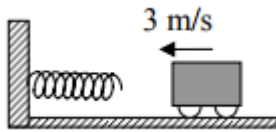


1. Egy falhoz rögzített, vízszintes helyzetű rugónak szalad egy 3 m/s sebességű kiskocsi. A kocsi a rugót összenyomja, majd visszalökődik. A rugóállandó 400 N/m, a kiskocsi tömege 0,25 kg.



- a) Mekkora a rugó maximális összenyomódása?  
 b) Határozza meg a kiskocsi maximális gyorsulását!  
 c) Mennyi ideig érintkezik a kiskocsi a rugóval?  
 (Mindenféle súrlódás elhanyagolható, a mechanikai energiavesztéstől eltekinthetünk.)  
 (2006. május id.)

**Megoldás:**

Adatok:  $v_0 = 3 \text{ m/s}$ ,  $D = 400 \text{ N/m}$ ,  $m = 0,25 \text{ kg}$ .

**L. megoldás**

a)

A rugó maximális összenyomódásának meghatározása az energia-megmaradás törvényének felhasználásával:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2}D\Delta l^2$$

2 pont

$$\Delta l = \sqrt{\frac{mv_0^2}{D}}$$

1 pont

$$\Delta l = \sqrt{\frac{0,25 \text{ kg} \cdot (3 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{400 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$$

1 pont

b)

A kocsi maximális gyorsulásának meghatározása a dinamika alaptörvényének segítségével:

$$F_{\max} = D\Delta l$$

1 pont

$$F_{\max} = 30 \text{ N}$$

1 pont

$$a_{\max} = \frac{F_{\max}}{m}$$

1 pont

$$a_{\max} = \frac{30 \text{ N}}{0,25 \text{ kg}} = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 pont

c)

A periódusidő meghatározása:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}}$$

2 pont

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{0,25 \text{ kg}}{400 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0,16 \text{ s}$$

1 pont

A keresett idő meghatározása:

2 pont

$$t = \frac{T}{2} = 0,08 \text{ s}$$

Összesen

13 pont

## II. megoldás

A periódusidő meghatározása:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{D}}$$

2 pont

$$T = 6,28 \cdot \sqrt{\frac{0,25 \text{ kg}}{400 \frac{\text{N}}{\text{m}}}} = 0,16 \text{ s}$$

1 pont

A keresett idő meghatározása:

2 pont

$$t = \frac{T}{2} = 0,08 \text{ s}$$

A körfrekvencia meghatározása:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2 \cdot 3,14}{0,157 \text{ s}} = 40 \frac{1}{\text{s}}$$

1 pont

A maximális összenyomódás (rezgést amplitúdó) meghatározása a kocsi sebességéből (a rezgés maximális sebessége):

$$\Delta l = A$$

1 pont

$$v_0 = v_{\max}$$

1 pont

$$v_0 = \Delta l \omega$$

1 pont

$$\Delta l = \frac{v_0}{\omega} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{40 \frac{\text{N}}{\text{m}}} = 0,075 \text{ m} = 7,5 \text{ cm}$$

1 pont

A maximális gyorsulás meghatározása az amplitúdóból és a körfrekvenciából:

$$a_{\max} = \Delta l \omega^2$$

2 pont

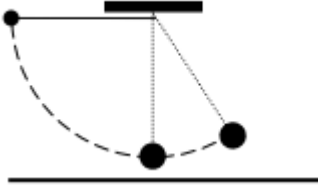
$$a_{\max} = 0,075 \text{ m} \cdot \left(40 \frac{1}{\text{s}}\right)^2 = 120 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

1 pont

Összesen

13 pont

2. Tarzan egy 10 m magasán lévő faágon ül. Észreveszi, hogy kedvesét egy oroszlán fenyegeti. Megfeszít egy 10 méter hosszú liánt az ábrának megfelelően, amely épp a kedvese felett rögzül. Tarzan a liánt fogva, kezdősebesség nélkül elindul a fáról. Körívének legalsó pontján magához öleli kedvesét, majd együtt fellendülnek egy közelben álló fa ágára. Tarzan 80 kg, kedvese 60 kg tömegű. (A szereplőket tekintjük pontszerűeknek. A lián tömege és a megnyúlása elhanyagolható.)



- a) Mekkora Tarzan sebessége a kedvese elkapása előtti pillanatban?  
 b) Mekkora a sebessége közvetlenül az elkapás utáni pillanatban?  
 c) Legfeljebb milyen magas faágra jutnak fel együtt?  
 (2006. október)

Megoldás:

- a) *A mechanikai energiamegmaradás alkalmazhatóságának felismerése és konkrét megfogalmazása:*

2 pont

$$m_1 g h_1 = \frac{1}{2} m_1 v^2$$

Rendezés, számítás:

2 pont  
(bontható)

$$v = \sqrt{2gh_1} = 14,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(A paraméteres alak nem követelmény.)

- b) *Annak felismerése, hogy az elkapás mozzanata rugalmatlan ütközésnek tekinthető:*

1 pont

(E pontszám akkor is jár, ha a későbbiek a jelölt kölcsönhatást rugalmatlan ütközésként kezelte.)

*A lendületmegmaradási tétel megfogalmazása:*

2 pont

$$m_1 v = (m_1 + m_2) v_k$$

Rendezés, számítás:

2 pont  
(bontható)

$$v_k = \frac{m_1 v}{m_1 + m_2} \approx 8 \frac{\text{m}}{\text{s}} \text{ a közös sebességük.}$$

(A paraméteres alak nem követelmény.)

- c) *A mechanikai energiamegmaradás tételének újbóli alkalmazása:*

2 pont

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_k^2 = (m_1 + m_2) g h_2$$

Rendezés, számítás:

2 pont  
(bontható)

$$\frac{1}{2} v_k^2 = g h_2; h = \frac{v_k^2}{2g} = 3,2 \text{ m, tehát legfeljebb 3,2 m magasra jutnak fel.}$$

Összesen:

13 pont

3. Egy testet 5 N állandó erővel tudunk egyenletesen felfelé húzni egy  $\alpha = 30^\circ$  hajlásszögű lejtőn. Ugyanezen a lejtőn lefelé szabadon csúszva a test 5 m/s sebességről 5 m hosszú úton áll meg. Mekkora a test tömege és mekkora a súrlódási együttható?  
(2007. május)

**Megoldás:**

*A húzott testre ható erők felírása:*

*1 + 1 + 1 pont*

A testre következő erők hatnak:

a húzóerő  $F_{\text{húzó}} = 5 \text{ N}$ ,

a súrlódási erő  $F_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$ ,

valamint a nyomóerő és a nehézségi erő eredője, azaz a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense:  $m \cdot g \cdot \sin \alpha$

(Megfelelő ábra is elfogadható, amennyiben az erők pontos nagysága a későbbiek során egyértelműen kiderül.)

*Értelmezés:*

*2 pont*

Az állandó húzóerő nagysága egyenlő a testre ható súrlódási erő, valamint a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponensének összegével.

$$F_{\text{húzó}} = m \cdot g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha = 5 \text{ N}.$$

*A csúszó testre ható erők felírása:*

*1 + 1 pont*

A csúszó testre csak a súrlódási erő  $F_s = \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha$ , valamint a nehézségi erő lejtővel párhuzamos komponense:  $m \cdot g \cdot \sin \alpha$  hat.

(A teljes pont csak akkor jár, ha a felírásból kiderül, hogy ezúttal ezek ellentétes irányúak. Megfelelő ábra is elfogadható. Amennyiben az erők irányának ellentétes volta itt nem derül ki egyértelműen, de később a munkatétel felírása helyes, a teljes pont jár.)

*A munkatétel alapján:*

$$\frac{1}{2} m v^2 = s(\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha - m \cdot g \cdot \sin \alpha).$$

*3 pont  
(bontható)*

*A súrlódási együttható kiszámítása a munkatételből (rendezés és számítás):*

$$\mu = \frac{1}{g \cdot \cos \alpha} \left( \frac{v^2}{2s} + g \cdot \sin \alpha \right) = 0,87.$$

*3 pont  
(bontható)*

*A tömeg kiszámítása a húzott testre felírt erőegyenletéből (vagy más helyes összefüggésből):*

$$m = \frac{F_{\text{húzó}}}{g \cdot \sin \alpha + \mu \cdot g \cdot \cos \alpha} = 0,4 \text{ kg}.$$

*2 pont  
(bontható)*

*Összesen: 15 pont*

4. Álló helyzetből elengedett pontszerű test csúszik le egy 1 m magas, 30 fokos hajlásszögű lejtőn. Ezután egy ismeretlen magasságú, 60 fokos hajlásszögű lejtőn engedjük le a testet. Azt tapasztaljuk, hogy a lecsúszás ideje a két esetben azonos volt. (A súrlódás elhanyagolható.)

a) Mekkora a 60 fokos hajlásszögű lejtő hossza?

b) Mekkora sebességgel érkezik le a test a lejtők aljára az első és a második esetben?

( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

(2011. október)

**Megoldás:**

Adatok:  $h_1 = 1 \text{ m}$ ,  $\alpha_1 = 30^\circ$ ,  $\alpha_2 = 60^\circ$

- a) Az egyenletesen gyorsuló mozgás összefüggéseinek alkalmazása a lecsúszás idejének meghatározására:

**1 + 1 + 1 + 1 pont**

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot s_1}{a}}$$

$$s_1 = \frac{h_1}{\sin \alpha_1}$$

$$a_1 = g \cdot \sin \alpha_1$$

$$t = \sqrt{0,8 \text{ s}}$$

(Összefüggések és számítás.)

A második lejtő hosszának meghatározása:

**3 pont  
(bontható)**

$$s_2 = \frac{g \cdot \sin \alpha_2}{2} \cdot t^2$$

$$s_2 = 2\sqrt{3} \text{ m} = 3,5 \text{ m}$$

- b) Az energiamegmaradás felírása a test végsebességére:

**2 pont**

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h \Rightarrow v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

A végsebesség meghatározása az első esetben:

**1 pont**

$$v_1 = \sqrt{20} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 4,47 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

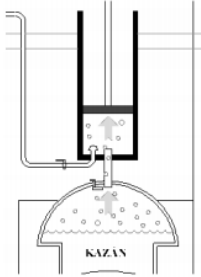
A végsebesség meghatározása a második esetben:

**2 pont  
(bontható)**

$$v_2 = \sqrt{2 \cdot g \cdot s_2 \cdot \sin \alpha_2} = \sqrt{60} \frac{\text{m}}{\text{s}} = 7,75 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Összesen 12 pont**

5. Egy gőzgép hengerében a dugattyú  $d = 15$  cm átmérőjű, a gőz a dugattyút  $s = 20$  cm-es úton tolja fel. A hengerben a nyomás a táguláskor átlagosan  $p = 2,5 \cdot 10^5$  Pa. A külső légköri nyomás  $p_k = 10^5$  Pa! Mennyi ideig mozog a dugattyú, ha tágulás közben a gőzgép teljesítménye  $P = 2,7$  kW? (A súrlódási veszteségektől és a dugattyú súlyától tekintsünk el!)



(2013. október)

### Megoldás:

Adatok:  $d = 15$  cm,  $s = 20$  cm,  $p_{\text{at}} = 2,5 \cdot 10^5$  Pa,  $P = 2,7$  kW,  $p_k = 10^5$  Pa

A dugattyú területének felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 177 \text{ cm}^2$$

A dugattyúra kifejtett átlagos erő kiszámítása:

4 pont  
(bontható)

$$p = p_{\text{at}} - p_k \quad (1 \text{ pont}),$$

$$p = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 15 \frac{\text{N}}{\text{cm}^2} \quad (1 \text{ pont}),$$

$$F = A \cdot p = 2655 \text{ N} \quad (\text{felírás és számítás, } 1 + 1 \text{ pont}).$$

(Amennyiben a vizsgázó a külső légnyomásról elfeledkezik és az erőt tisztán a gőz nyomásából számítja, 1+1 pontot kell levonni.)

Annak megállapítása, hogy a dugattyú emelkedése közben elvégzett hasznos munka egyenlő a gáz által a dugattyún elvégzett összes munkával:

2 pont

(Amennyiben ez a felismerés leírva nem szerepel, de a megoldás menetéből egyértelműen kiderül, hogy a vizsgázó ezen összefüggés szerint számol, a teljes pontszám jár.)

Az emelkedés során végzett munka felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$W = F \cdot s = 531 \text{ J}$$

A megadott teljesítmény eléréséhez szükséges idő felírása és kiszámítása:

1 + 1 pont

$$t = \frac{W}{P} = 0,2 \text{ s}$$

**Összesen: 12 pont**

6.