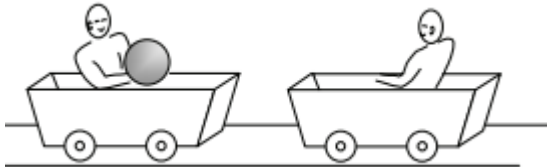


1. Két 10 kg tömegű kiskocsi áll egymással szemben egy egyenes, vízszintes úton, s mindegyikben egy 60 kg tömegű ember ül. Az egyik kiskocsiban egy 5 kg-os medicinlabda is található, melyet a kocsiban lévő ember átdob a másik embernek. A labda vízszintes irányú sebessége 8,4 m/s a földhöz képest.
- a) Mekkora sebességgel mozog a földhöz képest az egyik kocsi az után, hogy utasa eldobta a labdát, s mekkorával a másik, miután utasa elkapta azt? Mekkora lesz a sebességük egymáshoz képest az után, hogy a labda átkerült a másik kocsi?
- b) Legalább mekkora munkát végzett a medicinlabdát elhajító ember?



(2007. május)

Megoldás:

- a) *A kölcsönhatásokban részt vevő tömegek megállapítása:*

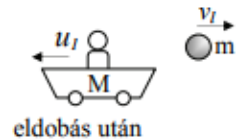
A kocsi és az ember együttes tömege $M = 70 \text{ kg}$, a labda tömege $m = 5 \text{ kg}$.

1 pont

A lendületmegmaradás vagy lendületváltozás törvényének megfogalmazása a labda eldobásakor:

$$M \cdot u_1 = m \cdot v_l$$

(Elég a lendületek abszolút értékére vonatkozó egyenlőség megállapítása.)



2 pont

rendezés, számítás:

$$u_1 = \frac{m \cdot v_l}{M} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**2 pont
(bontható)**

A lendületmegmaradás vagy lendületváltozás törvényének megfogalmazása a labda elkapásakor:

$$m \cdot v_1 = (M + m) \cdot u_2$$



2 pont

rendezés, számítás:

$$u_2 = \frac{m \cdot v_1}{M + m} = 0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

2 pont
(bontható)

A relatív sebesség megadása:

A két kocsi ellentétes irányban halad, ezért a relatív sebességük nagysága

$$v_{rel} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} + 0,56 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1,16 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

1 pont

- b) Annak felismerése, hogy a minimális munka a labda és az emberrel együtt mozgó kocsi mozgási energiájának összege:**

3 pont
(bontható)

(A megfelelő összefüggések felírása és helyes használata esetén a megállapítást tételszerűen nem kell kimondani.)

A két test mozgási energiájának meghatározása:

$$E_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = 176,4 \text{ J} \quad E_k = \frac{1}{2} M u_1^2 = 12,6 \text{ J} \quad (u_1 \text{ a kocsi sebessége az eldobás után})$$

1+1 pont

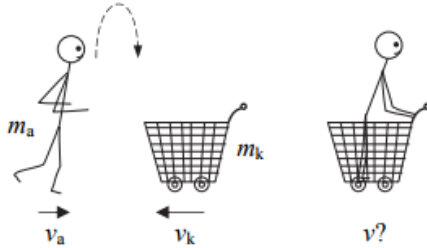
A minimális munka meghatározása:

$$E_{\text{összes}} = 189 \text{ J} \rightarrow W_{\text{min}} = 189 \text{ J}$$

1 pont

Összesen 16 pont

2. Egy 60 kg tömegű atléta 7,2 km/h sebességgel mozog, amikor felé löknek egy 10 kg tömegű, 10,8 km/h sebességű bevásárlókocsit. Az atléta a kocsi közeledtével felugrik, s a kocsiban landol. (A felugrás közben megtartja korábbi vízszintes sebességét.)



- a) Milyen irányban és mekkora sebességgel fog haladni ezután a kocsi a benne lévő atlétával együtt?
 b) Mennyit változott az atléta, illetve a kocsi mozgási energiája?
 (2014. május id.)

Megoldás:

Adatok: $m_a = 60 \text{ kg}$, $m_k = 10 \text{ kg}$, $v_a = 7,2 \text{ km/h}$, $v_k = 10,8 \text{ km/h}$

- a) *A lendületmegmaradási tétel alkalmazhatóságának felismerése és felírása a rugalmatlan ütközésre:* **1 + 1 pont**

$$m_a \cdot v_a + m_k \cdot v_k = (m_a + m_k) \cdot v_{\text{közös}}$$

Behelyettesítés:

$$60 \text{ kg} \cdot 7,2 \text{ km/h} - 10 \text{ kg} \cdot 10,8 \text{ km/h} = 70 \text{ kg} \cdot v_{\text{közös}}$$

2 pont

(Csak akkor jár pont, ha a behelyettesítésnél a sebességek előjele ellentétes!)

A közös sebesség kiszámítása:

$$v_{\text{közös}} = 4,6 \text{ km/h} = 1,3 \text{ m/s}$$

2 pont

A mozgásirány megállapítása indoklással:

1 pont

Az ütközés utáni mozgás iránya az atléta mozgásirányával azonos.

(Az irány megállapítása történhet az előjel alapján, vagy az ütközés előtti lendületek összehasonlításával.)

- b) *Az atléta ütközés előtti, illetve utáni mozgási energiájának kiszámítása:*

1 + 1 + 1 pont

$$E_a = \frac{1}{2} m_a \cdot v_a^2, \text{ amiből } E_a = \frac{1}{2} 60 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 120 \text{ J}$$

$$E_a' = \frac{1}{2} 60 \text{ kg} \cdot \left(1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 51 \text{ J}$$

(Amennyiben a vizsgázó rögtön behelyettesít a megfelelő képletbe, az összefüggésért járó pont megadható.)

Az energiaváltozás kiszámítása:

1 pont

$$\Delta E_a = E_a' - E_a = -69 \text{ J} \text{ (Amennyiben az előjel rossz, nem jár pont! Ha azonban a}$$

vizsgázó nem ír ugyan előjelet, de leírja, hogy a mozgási energia csökkent, jár a pont.)

A kocs mozgási energiájának felírása és kiszámítása az ütközés előtt, illetve után:

1 + 1 + 1 pont

$$E_k = \frac{1}{2} m_k \cdot v_k^2, \text{ amiből } E_k = \frac{1}{2} 10 \text{ kg} \cdot \left(3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 45 \text{ J}$$

$$E_k' = \frac{1}{2} 10 \text{ kg} \cdot \left(1,3 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 8,5 \text{ J}$$

(Amennyiben a vizsgázó rögtön behelyettesít a megfelelő képletbe, az összefüggésért járó pont megadható.)

Az energiaváltozás kiszámítása:

1 pont

$\Delta E_k = E_k' - E_k = -36,5 \text{ J}$ (Amennyiben az előjel rossz, nem jár pont! Ha azonban a vizsgázó nem ír ugyan előjelet, de leírja, hogy a mozgási energia csökkent, jár a pont.)

Összesen 15 pont

3.